

O USO DA INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM

The Mathematical investigation use in the process of the teaching and learning

NERIS, Giane Moja

Rede Municipal de Educação de Indaiatuba

MENDES, Sheila Salles

Centro Universitário Max Planck

RESUMO: O presente trabalho tem como objetivo pesquisar e analisar a abordagem de aulas investigativas de Matemática. Com base na literatura específica da educação Matemática abordam-se nesta pesquisa os benefícios de introduzir o ato de investigar no processo de ensino-aprendizagem. Enfatiza-se a importância do papel do professor como mediador e estimulador para promover um ensino investigativo. São citadas as características de uma aula investigativa envolvendo todos os momentos que o educador juntamente com o aluno deverá participar. Também foram analisadas atividades retiradas de livros didáticos direcionados para o 3º e 5º ano do Ensino Fundamental, algumas delas apresentam características investigativas e outras são caracterizadas como problemas convencionais, exercícios e também tarefas contextualizadas. No processo de análise, foram inseridas sugestões de intervenção docente para tornar algumas atividades investigativas que inicialmente não apresentavam essa característica. A prática de ensino estudada proporciona que o aluno passe a agir como matemático, tendo a liberdade de pensar, explorar, trocar conhecimentos com o professor e colegas, ao contrário de métodos de ensino que contribuem para o discente acreditar que a disciplina de Matemática somente se baseia em regras e algoritmos. Evidenciou-se que a investigação Matemática contribui para o aluno ser um indivíduo ativo no seu processo de aprendizagem.

Palavras-chaves: Matemática; Investigação; Aprendizagem.

Abstract: The objective of the research is analyze and approaches the use of Mathematic investigative classes. Based on the specific literature of Math's education the research approach the benefits to introduce the practice of investigation in the process of teaching and learning. The importance of the teacher as a mediator and stimulator is emphasized in the promotion of an investigative learning. The investigative classes characteristics are named when it involves in all of the moments the teacher and students to participate in the process. Some activities from textbooks to the basic education were extracted to be analyzed if they show the teaching and learning characteristics but some of them are considered just as conventional problems, exercises and contextualized tasks. In the process of analysis some teacher suggestions were inserted in activities that in the beginning did not present the investigative characteristics. The learn practice that was studied propose to the student that became a mathematician, the student has the freedom of think, explore, and change knowledge with teacher and colleagues, instead of learn methods that contribute to the teacher to think that Math is only based on rules and algorithms. The

Mathematics investigation contributed to the student to be an active member in the process of learning.

Keywords: Mathematics; Investigation; Learning.

INTRODUÇÃO

A partir das vivências adquiridas no estágio realizado no 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental, foram observadas várias práticas de ensino da Matemática, algumas que proporcionaram aulas contextualizadas, motivadoras e outras desmotivadoras e descontextualizadas.

Foram presenciadas aulas de Matemática em que os professores utilizaram alguns materiais concretos com o intuito de facilitar o processo de aprendizagem do aluno. Um exemplo dessa prática pedagógica foi o uso do material dourado para explicar o algoritmo da adição. Esse método de ensino parte do concreto para o abstrato e contribui positivamente para o aluno entender o algoritmo da adição. Percebe-se que essa abordagem pedagógica é diferente de um ensino em que o professor dita as regras para resolver a operação Matemática.

Além disso, houve aulas em que os professores trabalharam com os alunos a resolução de situações-problema, o diferencial desses exercícios propostos é que eram contextualizados, isto é, interligavam os conteúdos matemáticos com os fatos que ocorrem no cotidiano do aluno, proporcionando um ensino motivador e repleto de significados na vida da criança.

Em contrapartida foram observadas práticas de ensino que são opostas das apresentadas anteriormente. Nessas aulas os alunos resolveram exercícios descontextualizados, isto é, não havia uma ligação entre os conteúdos matemáticos e a realidade social da criança. Dessa forma, o aluno não compreende os benefícios que o ensino da Matemática pode proporcionar na sua vida.

Também houve aulas que os alunos apresentaram dificuldades em compreender alguns exercícios relacionados à adição e subtração. O fato de a criança ter utilizado poucas vezes o material dourado para compreender os algoritmos das operações, dificultou nas resoluções das contas. Sendo assim, a

criança não estava no estágio de desenvolvimento cognitivo adequado para compreender os conteúdos trabalhados pelo professor.

A literatura específica da educação Matemática aborda diversos fatores que contribuem para dificultar o processo de aprendizagem do aluno.

D' Ambrosio (1989), afirma que há metodologias de ensino que se resumem na aplicação de fórmulas e algoritmos, com isso, os alunos passam a acreditar que para saber Matemática é preciso apenas seguir e aplicar regras. Esses métodos de ensino não consideram as estratégias adotadas pelo aluno para resolver as atividades propostas, pelo contrário, o aluno torna-se passivo no seu próprio processo de aprendizagem, é induzido a resolver os exercícios a partir de modelos ensinados pelo professor e, além disso, não compreende o significado do que está sendo ensinado.

Visando uma prática pedagógica que propõe um ensino em que o aluno passa a ser um indivíduo ativo e assim, adquire uma aprendizagem mais significativa, decidiu-se realizar a pesquisa com o tema: O uso da investigação Matemática no processo de ensino-aprendizagem.

Ao longo do trabalho encontram-se discussões, análises, comparações e citações, com o intuito de responder a seguinte questão central da pesquisa: “Como a aula investigativa pode contribuir no processo de ensino-aprendizagem?”.

Com a finalidade de responder a questão central deste trabalho, delimitou-se como objetivo geral, pesquisar e analisar a abordagem de aulas investigativas de Matemática.

Para alcançar o objetivo da pesquisa foi necessário buscar respostas para alguns questionamentos, entre eles temos:

- ✓ Como desenvolver e quais são as etapas de uma aula investigativa?
- ✓ Qual o papel que o professor deverá assumir ao introduzir o ato de investigar no ensino da Matemática?
- ✓ Como tornar um problema convencional em uma tarefa investigativa?

Para a elaboração do trabalho realizou-se pesquisas bibliográficas, sendo assim, além dos artigos estudados também foram pertinentes as análises de três livros: “Ler, escrever e resolver problemas” das autoras Kátia Stocco

Smole e Maria Ignez Diniz; “Para aprender Matemática” com autoria do Sergio Lorenzato; “Investigações Matemáticas na sala de aula” dos autores João Pedro da Ponte, Joana Brocardo e Hélia Oliveira.

Com o intuito de aproximar a referente pesquisa com a prática docente realizaram-se, a partir de livros didáticos destinados ao 3º e 5º ano do Ensino Fundamental, análises de algumas atividades caracterizadas como exercícios, problemas convencionais, contextualizados e tarefas investigativas. O diferencial desta parte da pesquisa é que são expostas explicações das atividades e os objetivos de cada uma delas, também são citadas estratégias didáticas para abordar uma tarefa investigativa, e, além disso, há exemplos de questionamentos pertinentes para explorar as atividades.

O trabalho em si aborda uma prática de ensino que contribui para promover uma aprendizagem mais profunda, que vai além de regras e algoritmos. Sobre isso Ponte expõe que:

Se se pretende que os alunos desenvolvam plenamente as suas competências matemáticas e assumam uma visão alargada da natureza desta ciência, então as tarefas de exploração e investigação têm de ter um papel importante na sala de aula (2003, p.12).

Ao inserir nas aulas de Matemática as atividades investigativas o professor assume o papel de mediador, sendo assim, o docente nesta prática de ensino não é o “dono do conhecimento”, e nem são inquestionáveis as explicações relacionadas aos conteúdos. Além disso, são valorizadas todas as estratégias adotadas pelos alunos para resolver as tarefas, sejam elas mais interessantes ou modestas.

O QUE É INVESTIGAR?

Segundo Ponte (2003, p.1) “existem muitas perspectivas sobre o que é investigar. Tal como acontece com muitas outras palavras, “investigar” pode assumir múltiplos significados”.

O autor expõe que surgiram vários mitos relacionados à palavra investigar, dentre eles temos os seguintes:

Investigar é uma actividade transcendente, que envolve o uso de metodologias sofisticadas, requerendo recursos especiais e uma longa preparação prévia.

*Investigar é uma actividade reservada a um grupo especial de pessoas, os “investigadores profissionais”.
Ensinar e investigar são duas actividades contraditórias, que não se conseguem fazer em simultâneo sem comprometer a qualidade de uma ou outra. (2003, p.1).*

Ponte (2003, p. 2) afirma que investigar “[...] não é mais do que procurar conhecer, procurar compreender, procurar encontrar soluções para os problemas com que nos deparamos”.

Diante das pesquisas relacionadas ao presente tema torna-se nítido que não é necessário ter metodologias sofisticadas ou investigadores profissionais, para introduzir as atividades investigativas no ensino da Matemática, sendo assim, há grandes possibilidades de interligar o ato de ensinar com o de investigar.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais encontra-se com um dos objetivos a inserção de um ensino investigativo nas escolas. Desta forma, afirma-se que:

[...] identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas. (BRASIL, 1997, p.37).

Sendo assim, torna-se visível que o ensino da Matemática não se baseia somente em práticas pedagógicas que “depositam” os conteúdos e desconsideram a participação do aluno. Pelo contrário, há também a valorização de um ensino que estimula o discente a buscar caminhos para resolver as atividades propostas, contribuindo assim, para a formação de indivíduos participativos e autônomos.

TAREFAS ESPECÍFICAS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Segundo Ponte (2003, p.4), há tarefas específicas da educação Matemática, sendo o exercício o mais conhecido. Porém, há outras atividades como os problemas e as investigações.

O quadro¹ abaixo expõe três tipos de tarefas² (exercício, problema e investigação), com o objetivo de contribuir para a compreensão das características das distintas atividades.

Exercício	Problema	Tarefa de investigação
<p>Calcule o resultado das subtrações.</p> <p>a) $\begin{array}{r} 453 \\ -210 \\ \hline \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 386 \\ -155 \\ \hline \end{array}$</p> <p>c) $\begin{array}{r} 628 \\ -416 \\ \hline \end{array}$ d) $\begin{array}{r} 576 \\ -35 \\ \hline \end{array}$</p>	<p>Leandro compra latinhas para reciclar. Ontem ele comprou 458 latinhas e hoje comprou 372.</p> <p>Quantas latinhas ele comprou nos dois dias?</p>	<p>1. Escreve a tabuada dos 9, desde 1 até 12. Observa os algarismos das diversas colunas. Encontra alguma regularidade.</p> <p>2. Vê se encontra regularidades nas tabuadas de outros números.</p>

Os exercícios não apresentam um grau de dificuldade elevado e há basicamente uma maneira para resolvê-los (PONTE, 2003, p. 5). No exercício citado acima é visível que os alunos não precisam encontrar caminhos para resolvê-lo, pelo contrário, já está estabelecido o método necessário para a resolução, que é a subtração. Além disso, é uma atividade mais simples de ser resolvida, pois os alunos somente deverão exercitar o algoritmo da subtração.

Ponte (2003) cita que os problemas apresentam um grau mais elevado de dificuldade. O problema exposto no quadro nos transmite a ideia de juntar, sendo assim, o aluno deverá utilizar a adição para resolvê-lo. Todos os problemas convencionais envolvem o uso de operações ou de outros conteúdos matemáticos para a sua resolução, porém, isso dependerá do objetivo de cada problema.

Já as tarefas de investigação apresentam um grau de dificuldade mais elevado, e para a sua resolução o aluno poderá criar diversos caminhos (PONTE, 2003, p. 5). Analisando a atividade do quadro percebe-se que não há um método pré-estabelecido para encontrar o resultado, desta forma, o aluno

¹ O quadro foi baseado em outro exemplo exposto na pesquisa "Investigar, ensinar e aprender", (PONTE, 2003, p.4).

² O exercício e a atividade foram retirados do livro "Guia e Recursos Didáticos". A tarefa investigativa foi retirada da pesquisa "Investigar, ensinar e aprender", (PONTE, 2003, p. 4).

terá que investigar os dados do problema, formular hipóteses, testá-las e por último analisar os resultados que alcançou.

É importante ressaltar que o grau de dificuldade das atividades deve estar interligado com o estágio de desenvolvimento cognitivo do aluno, desta forma, contribuirá para alcançar os objetivos esperados pelo professor.

MOMENTOS PRIMORDIAIS DAS AULAS INVESTIGATIVAS

No desenvolvimento de uma aula investigativa o professor deve proporcionar alguns momentos fundamentais para o sucesso do trabalho investigativo. São nestes momentos que os alunos compreenderão as atividades propostas e também serão estimulados a agir como matemáticos.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), afirmam que uma aula investigativa envolve quatro momentos primordiais: no primeiro momento o indivíduo procura explorar e compreender as informações que contém o problema e também formula questões; a seguir o investigador organiza os dados do problema e formula conjecturas, isto é, estabelece uma hipótese Matemática; a terceira etapa envolve a realização de testes e torna a conjectura mais objetiva; e finalmente, o indivíduo deve justificar a conjectura que foi formulada, e avaliar o resultado do seu raciocínio.

Desta forma, uma atividade de investigação desenvolve-se em três etapas, que pode ocorrer em uma ou mais aulas. Na primeira etapa o professor propõe a atividade ao aluno. Na segunda parte o discente individualmente, em duplas ou em grupos, realiza a investigação. E por último, realiza-se uma discussão dos resultados apresentados pelos alunos (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2003, p. 25).

O presente trabalho aborda assuntos pertinentes relacionados a cada etapa do processo de investigação, possibilitando uma plena compreensão do desenvolvimento de uma aula investigativa.

De acordo com Fonseca, Brunheira e Ponte (1999), na apresentação da tarefa investigativa aos alunos, o professor pode utilizar diversas estratégias para os discentes compreenderem a atividade proposta. Nesta fase o docente poderá explicar a atividade oralmente, propor uma leitura realizada pelos alunos, promover uma breve discussão a respeito do que foi compreendido ou somente

apresentar a tarefa por escrito, e não necessariamente fazendo uma breve explicação do enunciado.

A primeira abordagem da atividade é essencial para um melhor entendimento do que se pretende alcançar por parte dos alunos, especialmente se estes estão iniciando sua participação como investigador.

Outro fator primordial é o modo com que os alunos ficarão organizados, podendo ser em grupos, duplas ou individualmente. Sobre isso Pedro, Brocardo e Oliveira (2003), argumentam que o professor deve ficar atento nas atividades investigativas realizadas em grupos, pois se caso os alunos não estiverem acostumados a estudar desta forma provavelmente acarretará alguns problemas ao longo da atividade, seja de concentração, compreensão e até conflitos relacionados ao comportamento do discente.

Quando os alunos não são experientes no ato de investigar é esperada a solicitação constante do professor para explicar a tarefa (FONSECA; BRUNHEIRA; PONTE, 1999, P. 6). Nestes momentos o educador será um guia e estimulador que ajudará os estudantes a encontrar um caminho para alcançar o objetivo esperado.

A partir das dificuldades dos alunos o professor deve apoiá-los, porém, jamais induzi-los facilmente para alcançar o resultado, como por exemplo, falando a operação matemática que deverá utilizar. O ideal é o professor dar dicas relacionando-as com outras atividades que foram realizadas, ou sugestões indiretas (FONSECA; BRUNHEIRA; PONTE, 1999, P.8).

Sobre isso Ponte afirma que:

Numa aula com investigações, o professor deve, sem dúvida, privilegiar uma postura interrogativa [...]. Muitas vezes, a intenção do professor ao colocar uma questão é, simplesmente, a de clarificar ideias, quer para a sua própria compreensão, quer para a de toda a turma (2003, p.52).

Durante a realização das atividades poderão ocorrer conflitos de ideias entre os alunos (FONSECA; BRUNHEIRA; PONTE, 1999, P.8). Nesses momentos, os docentes deverão estimular os estudantes para argumentarem sobre suas opiniões, perguntando como chegaram naquele resultado, ou também por que não concordam com as ideias dos colegas.

O momento de discussão da tarefa é extremamente importante para o sucesso da aula investigativa, pois é nessa fase que o professor deve estimular a discussão e a troca de estratégias, hipóteses e resultados que os alunos alcançarão, aliás, estes por sua vez, deverão defender as suas próprias ideias.

Durante a realização da tarefa, os alunos poderão escolher caminhos para resolvê-las que não alcançarão o resultado almejado. Porém, o docente não deve imediatamente interromper o raciocínio dos discentes, pelo contrário, o ideal é que se espere um determinado tempo e depois mostre a eles os seus erros (FONSECA; BRUNHEIRA; PONTE, 1999, P.8). Pode-se também permitir que o próprio aluno perceba que a estratégia escolhida está incorreta, sendo assim, a interação com os demais discentes e o momento da discussão dos resultados, contribuirão para identificarem os erros.

De acordo com Fonseca, Brunheira e Ponte (1999), o ideal é ocorrer as discussões dos resultados logo após o término da resolução da tarefa, porém, muitas das vezes isso não acontece devido aos horários das aulas, sendo assim, as discussões ficam para outro dia. A consequência disso é a dificuldade de participação do aluno, pois acabam não se lembrando das estratégias que utilizaram para resolver a investigação, e somente os resultados por escrito não são suficientes para estimular a discussão.

Os autores orientam a realizar a tarefa investigativa em duas aulas consecutivas, assim no primeiro período os alunos realizam a investigação e na segunda parte, acontece a discussão dos resultados.

Sendo assim, é necessário que o professor organize o seu tempo para desenvolver junto com os discentes a introdução da tarefa, resolução e por último a discussão dos resultados.

O PAPEL DO PROFESSOR NO PROCESSO DE INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA

O presente trabalho abordou diversos assuntos referentes ao processo de investigação, porém, é importante ressaltar que a inserção do ato de investigar depende essencialmente do professor. Sendo assim, os argumentos a seguir justificam a extrema importância da atuação docente para o desenvolvimento das atividades investigativas no ensino da Matemática.

Fonseca, Brunheira e Ponte (1999), citam que para o sucesso de uma atividade investigativa é necessário a plena dedicação do professor na preparação das aulas, sendo assim, o docente precisa refletir sobre os objetivos que pretende alcançar com determinadas atividades.

Também é primordial o docente conhecer os seus alunos, desta forma, eles poderão identificar as dificuldades de cada discente e introduzir atividades investigativas pertinentes as necessidades dos estudantes.

Para a preparação de uma aula investigativa o professor terá que selecionar e, muitas vezes adaptar as atividades para que possam realmente estimular os alunos a assumirem o papel de pequenos exploradores (FONSECA; BRUNHEIRA; PONTE, 1999, P. 10). Desta forma, o diferencial será a criatividade do professor, que ao escolher as tarefas deverá analisar todos os meios necessários que juntamente com os alunos poderão ser explorados.

Fonseca, Brunheira e Ponte, afirmam que nas escolhas das atividades:

O professor tem a necessidade de fazer uma pesquisa em torno de vários materiais que podem variar entre manuais escolares, livros com propostas de problemas e investigações e, o mais recente o mundo da internet (1999, p. 10).

Compartilho as ideias de Fonseca, Brunheira e Ponte, quando citam que nas escolhas das atividades é essencial que o professor considere o grau de experiência dos alunos como investigadores. Portanto é importante que o docente ao longo do trabalho que desenvolve com aulas investigativas, insira gradativamente atividades com um grau mais elevado de dificuldade.

De acordo com Fonseca, Brunheira e Ponte (1999), o professor deve avaliar seu próprio trabalho considerando diversos aspectos para o sucesso investigativo. Entre os itens que deverão ser avaliados podem-se citar os seguintes:

- ✓ Será que a tarefa proposta alcançou os objetivos esperados?
- ✓ A explicação inicial da tarefa ocorreu com êxito ou precisa haver algumas mudanças?
- ✓ A gestão do tempo foi organizada?

De acordo com os autores, além da avaliação do seu próprio trabalho o docente também deve analisar a participação do aluno, também considerando diversos aspectos, entre eles:

- ✓ Quais são as dificuldades e facilidades dos alunos?
- ✓ Quais as reações dos alunos com relação à atividade?
- ✓ Será que os alunos conseguem resolver atividades com um grau maior de dificuldade?

Confirmando as opiniões de Fonseca, Brunheira e Ponte, quando argumentam que para inserir as atividades investigativas no ensino da Matemática, a escola deve valorizar esse método de ensino, possibilitando diversos momentos para os professores trocarem sugestões, analisarem atividades, modificarem e elaborarem tarefas de caráter investigativo, e até mesmo produzirem materiais didáticos que eles mesmos utilizaram nas aulas investigativas.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), cita que desenvolver aulas investigativas é uma tarefa um tanto complexa, pois se o aluno traz consigo um ensino tradicional da Matemática, isso dificultará o trabalho do docente. Sendo assim, é essencial a dedicação e a perseverança do professor, para que a cada aula o aluno desenvolva gradualmente sua capacidade de desenvolver investigações.

ANÁLISE DAS ATIVIDADES

O presente trabalho aborda a seguir, análises de atividades retiradas de livros didáticos destinados ao 3º e 5º anos do Ensino Fundamental. As análises possibilitaram interligar a pesquisa com o trabalho docente.

A autora Maria Aparecida Barroso de Lima aborda em seu livro “Registrando Descobertas”, destinado ao 3º ano do Ensino Fundamental, poucos exercícios que enfatizam somente a resolução das operações matemáticas, em contrapartida, há muitas atividades que estão interligadas com situações que podem ocorrer no cotidiano do aluno. A autora deixa explícito seu objetivo em tornar a Matemática mais significativa para o aluno.

Lima expõe no caderno de orientações para o professor, anexado ao livro, que:

O aluno é o sujeito de sua aprendizagem. Ele já traz uma bagagem de conhecimento de sua casa, do grupo social a que pertence. Ele já “faz” Matemática em seu dia a dia,

mesmo que inconscientemente. Porque não valorizar e respeitar os conhecimentos que ele já adquiriu? Assim, acreditamos que as situações-problema propostas farão mais sentido para ele se estiverem num contexto familiar significativo. Isso o estimulará e facilitará a busca de soluções (2008, p. 5).

Para iniciar a análise vejamos a atividade que está presente na página 148 do livro.

Biscoito - vários sabores - 50 g



Ilustrações: Letitiera Studi

Preço Normal
Cada pacote: R\$ 0,60
(sessenta centavos)

Promoção
Cada pacote: R\$ 0,50
(cinquenta centavos)

1. Depois das pesquisas de preços no mercado, as classes de Lucas e Ângela passaram a procurar as promoções.

Observe o que eles encontraram no setor de biscoitos.

- a) Quantos gramas tem cada pacote de biscoito?
- b) Conhecendo o preço normal e o da promoção de cada pacote de biscoito, qual é o desconto em 1 pacote?

E em 2 pacotes?

Em 4 pacotes?

Em 8 pacotes?

- c) Com 2 reais, quantos pacotes podem ser comprados com o preço normal? E na promoção?

Analisando a atividade, percebe-se que são abordados alguns conteúdos matemáticos de uma forma contextualizada. A partir de uma pesquisa de preços de um determinado produto, o problema propõe que os alunos trabalhem com a noção de quantidade (grama), e também comparem os valores do produto em promoção com o outro de preço normal. Além disso, é solicitado

aos alunos que calculem a quantidade de pacotes de biscoitos que poderão ser comprados com R\$ 2,00, calculando o preço normal e o promocional.

O problema analisado apresenta um grau mais elevado de dificuldade e, além disso, para a sua resolução é necessário que o aluno interprete os dados expostos e utilize algumas operações matemáticas.

Apesar da atividade exposta não apresentar caráter investigativo, o professor tem a possibilidade de explorar e modificar juntamente com os alunos os dados da tarefa e torná-la investigativa.

Mas como tornar um problema contextualizado em uma tarefa investigativa?

Sobre isso vamos analisar algumas estratégias didáticas que o professor poderá adotar para tornar um problema em uma atividade investigativa.

Na atividade apresentada anteriormente o professor tem a possibilidade de interrogar os alunos perguntando “O que é promoção?”. Através do questionamento os estudantes começarão a expor suas ideias, e o professor por sua vez, deverá estimular que os alunos identifiquem situações do cotidiano que poderão encontrar a expressão “promoção”.

Após a resolução da atividade há também a possibilidade do professor trocar os preços do produto e os alunos terão que calcular os novos valores mentalmente. Desta forma, o contexto da atividade permanecerá, porém, os discentes trabalharão com outros números e, além disso, será estimulado o cálculo mental.

Outra forma de explorar o problema é analisando as quantidades de gramas dos produtos, sendo assim, o professor poderá fazer várias indagações aos alunos, dentre elas temos:

- Quantos gramas faltam para completar um quilo?
- E meio quilo?
- Quantos gramas há nos dois produtos juntos?

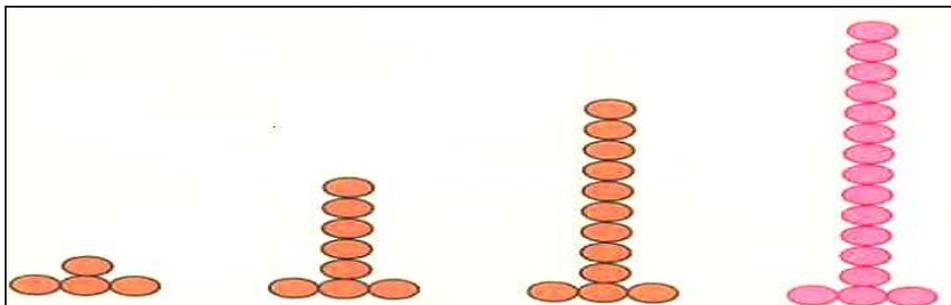
Percebe-se que há várias maneiras de explorar e modificar os dados de um problema. Sendo assim, é nítido que mesmo as atividades de livros didáticos, apostilas ou da internet que não tem caráter investigativo, há possibilidades que dependem do professor para torná-la investigativa.

Agora, vejamos duas tarefas caracterizadas como investigativas retiradas do livro³ “Guia e Recursos Didáticos”, destinado ao 3º ano do Ensino Fundamental.

1º tarefa

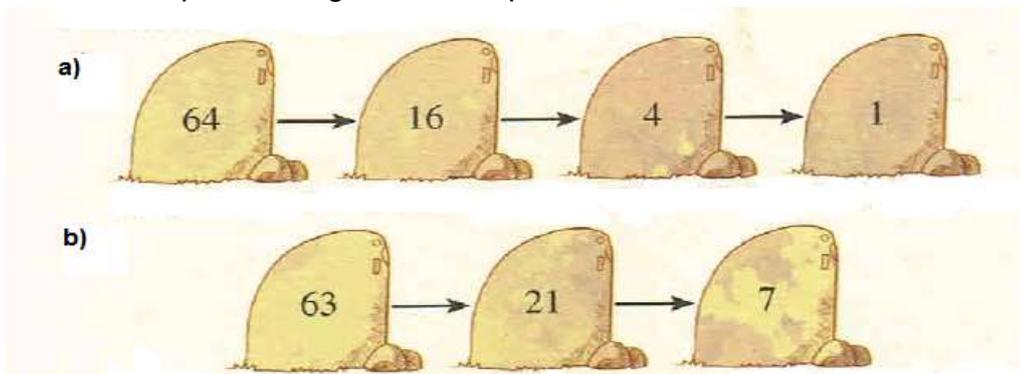
Escreva numericamente a sequência.

Qual é o padrão da sequência?



2º tarefa

Descubra qual é o segredo da sequência.



³ Livro desenvolvido e produzido pela Editora Moderna.

Analisando a primeira tarefa percebe-se que os alunos terão que descobrir a sequência das figuras, sendo assim, é necessário identificar que a cada desenho somam-se quatro bolinhas.

A tarefa exposta não apresenta um método pré-estabelecido para resolvê-la, desta forma, o aluno individualmente, em dupla ou grupo, tem a liberdade de criar caminhos que os ajudarão a descobrir a sequência das figuras.

Além disso, o professor tem a possibilidade de formular questões para os alunos explorarem ainda mais os dados da tarefa, contribuindo para aumentar o grau de dificuldade da atividade. Desta forma, o docente poderá propor aos alunos que respondam as seguintes perguntas:

- Qual será a 12º figura?
- Como você chegou nesse resultado?
- Quantas bolinhas haverá na 20º figura?

Na segunda atividade os alunos também terão que descobrir qual é o segredo da sequência do item a e b.

Por ser uma tarefa investigativa os alunos precisam criar estratégias para compreenderem que a primeira sequência é obtida pela divisão por 4, e a segunda através da divisão por 3.

Nesta tarefa há também a possibilidade do aluno explorar ainda mais os dados expostos, sendo assim, o professor poderá fazer os seguintes questionamentos:

- Investigue qual é o número que ocuparia a posição anterior ao 64.
- Explique a estratégia que utilizou para concluir sua investigação.
- Qual é o quarto número do item b?

Na resolução das tarefas expostas, os alunos passarão por quatro momentos primordiais: no primeiro momento os alunos individualmente, em duplas ou grupos, terão que compreender as informações da tarefa e analisar as questões que serão resolvidas. Na segunda etapa os discentes organizarão os dados da atividade e também deverão encontrar caminhos para resolvê-la. A seguir os alunos começarão a testar as hipóteses formuladas para resolver as

questões apresentadas. E por último, deverão expor e analisar os resultados alcançados.

As autoras Zeneide Silva e Célia Passos, apresentam no livro de Matemática “Eu gosto”, destinado ao 5º ano do Ensino Fundamental, vários problemas considerados tradicionais.

De acordo com Diniz:

Os problemas tradicionais dos livros-texto são, na verdade, simples exercícios de aplicação ou de fixação de técnicas ou regras. Na maioria das vezes, percebe-se neles a ausência de um contexto significativo para o aluno e de uma linguagem condizente com a utilizada em seu dia a dia. Tais problemas aparecem sempre depois da apresentação de um conteúdo, e é exatamente este conteúdo que deve ser aplicado na resolução dos problemas (2001, p. 99).

Observemos um problema considerado convencional exposto na página 45 do livro.

Um açougueiro vendeu 380 Kg de carne num dia. No dia seguinte, vendeu 495 Kg. Ao todo, quantos quilogramas de carne ele vendeu?

Apesar de a atividade ser considerada convencional, há possibilidades do professor juntamente com os alunos promoverem uma investigação a partir deste mesmo problema. Sendo assim, após os alunos resolverem o problema o professor poderá iniciar a investigação de diversas formas, entre elas:

- a) Trocando os dados do problema e propondo:

Descubram sem utilizar as operações matemática, quantos quilos de carne aproximadamente o açougueiro vendeu.

- b) A partir da soma do total de carne vendida, questionando:

Quantas gramas faltam para completar um quilo?

E um quilo e meio?

Agora, vejamos o exercício exposto na página 77.

1. Observe os exemplos e resolva

$$\begin{array}{r} 450 \quad | \quad 5 \\ - 45 \quad \quad 90 \\ \hline 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \quad | \quad 4 \\ - 4 \quad \quad 16 \\ \hline 24 \\ - 24 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 286 \quad | \quad 2 \\ - 2 \quad \quad 143 \\ \hline 08 \\ - 8 \\ \hline 06 \\ - 6 \\ \hline 0 \end{array}$$

- a) $240 \div 6$ b) $160 \div 2$ c) $150 \div 3$ d) $270 \div 3$ e) $84 \div 2$ f) $84 \div 7$

Analisando o exercício acima, compreendemos que para resolver as operações o aluno deverá dominar os algoritmos da divisão, aliás, a própria atividade expõe três exemplos de contas que já estão resolvidas, com o objetivo dos alunos as observarem para resolver as posteriores.

Ao contrário de uma atividade investigativa, esse tipo de exercício apenas estimula o aluno a treinar os algoritmos da operação matemática. É importante ressaltar que atividades como estas também são importantes no processo de ensino-aprendizagem do aluno, pois contribui para eles compreenderem a resolução da operação.

Ao resolver contas semelhantes a essas do exercício, pode ocorrer do aluno simplesmente decorar os algoritmos da operação, desta forma, o discente consegue resolvê-las, porém, não compreende o porquê tem que seguir algumas regras para solucionar a conta, simplesmente não entende o que está fazendo.

Muitas das vezes esse problema ocorre, pelo fato de não ter sido trabalhado com o aluno o real significado dos algoritmos matemáticos, o mais preocupante é que esse grave erro acontece desde as primeiras abordagens realizadas pelo docente a respeito das operações matemáticas. Sendo assim, o aluno já se “acostuma” a resolver adições, subtrações, multiplicações e divisões, simplesmente seguindo regras explicadas pelo professor.

A inserção na prática docente do uso de alguns materiais concretos, como o ábaco e o material dourado, contribuiria de forma ativa para proporcionar ao aluno uma aprendizagem mais significativa, promovendo um ensino que parte do concreto para o abstrato, colaborando para o educando realmente compreender as regras que são ensinadas pelo professor, como por exemplo, o porquê vai 1, qual o verdadeiro motivo para emprestar um número da casa vizinha, entre outros algoritmos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

São comuns as dificuldades de aprendizagem da Matemática, sendo que a cada nível de ensino as dificuldades aumentam. Pode-se dizer que uma das principais causas dessas dificuldades é o fato de os alunos não tentarem ou

não serem estimulados a raciocinar, interpretar e buscar soluções para as tarefas propostas. Em geral, eles esperam respostas prontas do professor para resolver as atividades.

A Matemática escolar, inclusive a dos anos iniciais, não estimula os alunos a pensarem, a buscarem suas próprias formas de resolução, isto ocorre devido aos métodos de ensino que apenas valorizam a memorização de regras matemáticas. Dessa forma, os alunos acreditam que a disciplina de Matemática é inquestionável, difícil e voltada somente para os grandes matemáticos.

É nítido que o professor tem a possibilidade de promover um ensino repleto de significados na vida do aluno, porém, infelizmente não é sempre isso que acontece. O docente muitas vezes torna-se “refém” de livros didáticos que apenas abordam atividades direcionadas para a aplicação ou fixação de técnicas e regras matemáticas.

A investigação Matemática contribui para enriquecer a prática docente, promovendo um ensino que acima de tudo valoriza a participação do aluno.

Ao inserir o ato de investigar no ensino da Matemática, os alunos passarão a agir como “pequenos exploradores” e, através das atividades investigativas, terão a liberdade de criar caminhos para alcançar os objetivos propostos.

Sabe-se que a investigação Matemática acontecerá principalmente a partir da dedicação e perseverança do professor. Escolher, adaptar atividades e planejar uma aula investigativa não é uma tarefa tão simples, porém, quando o docente gradualmente percebe os resultados positivos dessa prática de ensino, torna-se prazeroso e estimulante continuar seu empenho em torno da investigação Matemática.

É importante ressaltar que não é apenas a investigação Matemática que contribui para promover um ensino de qualidade. Os exercícios e os problemas também são excelentes atividades, tendo em vista o objetivo de treinar algoritmos, fixar conceitos e exercitar a interpretação. Se essas atividades estiverem aliadas a uma prática docente comprometida com a aprendizagem do aluno, poderão contribuir ainda mais para o ensino e aprendizagem da Matemática.

Enfim, tornou-se evidente nesta pesquisa que o uso da investigação Matemática no processo de ensino-aprendizagem é uma poderosa forma de ensinar e aprender, sendo indispensável no currículo escolar.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BERTINI, Luciane de Fátima. **Uso da investigação matemática no processo de ensino e aprendizagem nas séries iniciais do ensino fundamental**. Disponível em:

<http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebrapem2008/upload/135-1-A-gt8_bertini_ta.pdf>. Acesso em: 15 set. 2013.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Disponível em:

<<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>>. Acesso em: 15 out. 2013.

D' AMBROSIO, Beatriz S. **Como ensinar Matemática hoje?** Temas e Debates. SBEM. Ano II. N2. Brasília. 1989. P. 15-19.

DINIZ, Maria Ignez (Org.). Os problemas convencionais nos livros didáticos. In: SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. **Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2001.

FONSECA, Helena; BRUNHEIRA, Lina; PONTE, João Pedro Mendes da. **As atividades de investigação, o professor e a aula de matemática**. Disponível em: <[http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos-por-temas.htm#Investigacoes matemáticas, resolucao de problemas, aplicacoes da matematica](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos-por-temas.htm#Investigacoes%20matematicas,%20resolucao%20de%20problemas,%20aplicacoes%20da%20matematica)>. Acesso em: 10 ago. 2013.

LORENZATO, Sergio. **Para aprender Matemática**. Campinas: Autores Associados, 2006.

LIMA, Maria Aparecida Barroso de. **Registrando Descobertas**. São Paulo: Ftd, 2008.

MEDEIROS, João Bosco. **Redação Científica: A prática de fichamentos, resumos, resenhas**. São Paulo: Atlas, 2008.

MODERNA, Editora (Org.). **Guia e recursos didáticos**. São Paulo: Moderna, 2008.

PASSOS, Célia; SILVA, Zeneide. **Eu gosto**. São Paulo: Ibep, 2006.

PONTE, João Pedro da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

PONTE, João Pedro da. **Investigar, ensinar e aprender**. Disponível em: <[http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos-por-temas.htm#Investigacoes matematicas, resolucao de problemas, aplicacoes da matematica](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos-por-temas.htm#Investigacoes%20matematicas,%20resolucao%20de%20problemas,%20aplicacoes%20da%20matematica)>. Acesso em: 23 ago.2013.

SOBRE OS AUTORES

Giane Moja Neris

Graduada em Pedagogia - Licenciatura pelo Centro Universitário Max Planck e Professora da Rede Municipal de Educação de Indaiatuba
giane.moja@yahoo.com.br

Sheila Salles Mendes

Mestre em Educação Matemática (UNESP – Rio Claro) e graduada em Licenciatura em Matemática (UNICAMP). Professora e Coordenadora do Curso de Pedagogia do Centro Universitário Max Planck
salles.sheila@gmail.com